

Fonction Exponentielle

Définition :

Fonction qui est égale à sa dérivée : $(\exp(x))' = \exp(x)$

Rem : en pratique on utilise la forme e^x qui permet d'utiliser les règles de calcul habituelles sur les puissances d'un nombre.

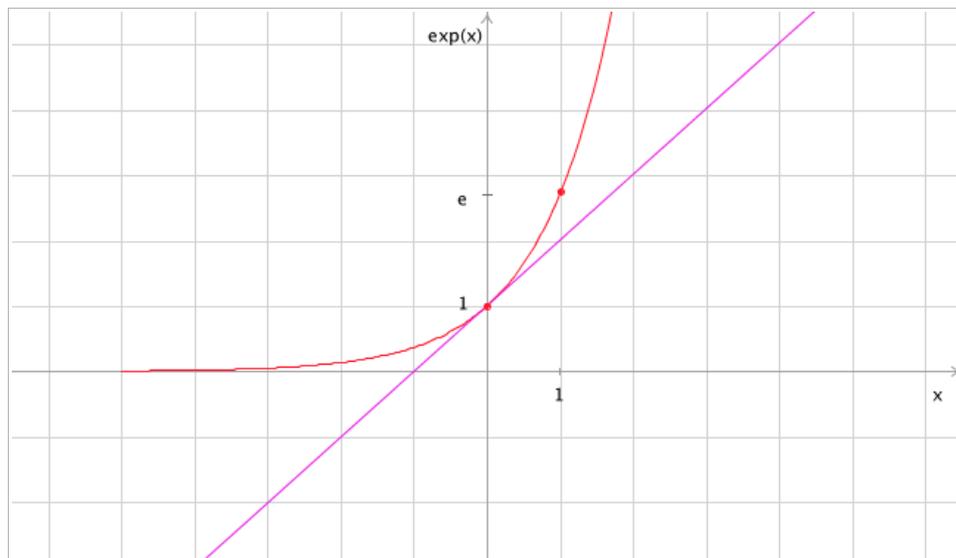
Propriétés :

L'exponentielle est la fonction réciproque de la fonction logarithme :

$$\ln(e^x) = x \quad \text{et} \quad e^{\ln(x)} = x$$

Elle est définie sur $] -\infty ; +\infty [$

Courbe représentative :



Règles de calcul :

$$e^{a+b} = e^a e^b \qquad \frac{e^a}{e^b} = e^{a-b} \qquad e^{-a} = \frac{1}{e^a} \qquad (e^a)^b = e^{ab} \qquad e^0 = 1$$

Limites :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0 \qquad \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty$$

Croissances comparées :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x e^x = 0 \qquad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$$

Fonction Logarithme

Définition :

Fonction dont la dérivée est $\frac{1}{x}$: $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

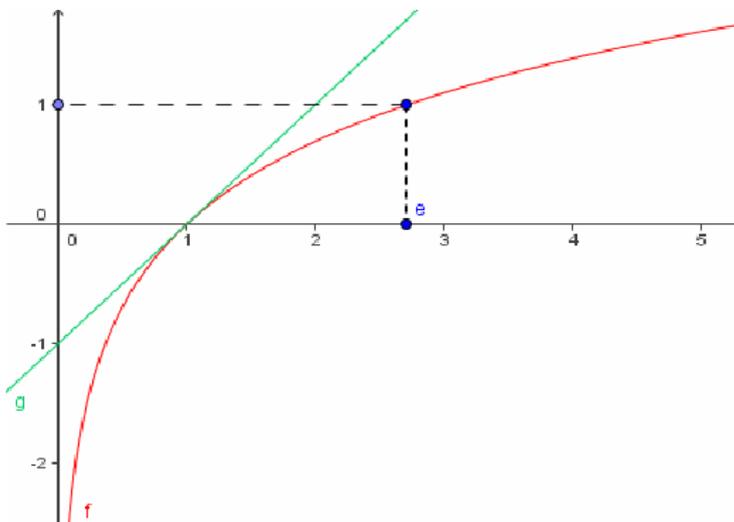
Propriétés :

La fonction logarithme est la fonction réciproque de l'exponentielle :

$$\ln(e^x) = x \quad \text{et} \quad e^{\ln(x)} = x$$

Fonction définie sur $]0; +\infty[$

Courbe représentative :



Rem : la courbe de $\ln(x)$ est symétrique de la courbe de $\exp(x)$ par rapport à la droite $y=x$

Règles de calcul :

$$\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b) \quad \ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln(a) \quad \ln(a^b) = b \ln(a) \quad \ln(1) = 0$$

Limites :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \ln(x) = -\infty \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty$$

Croissances comparées :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 0} x \ln(x) = 0$$